

Działania na pierwiastkach – powtórzenie wiadomości.Dla $a \geq 0$ zachodzą równości:

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$

↑

Kwadrat pierwiastka równa się
liczbie podpierwiastkowej.

$$\sqrt{5^2} = 5$$

$$(\sqrt[3]{2})^3 = 2$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

$$\sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt[3]{\left(1\frac{1}{2}\right)^3} = 1\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{0^2} = 0$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{dla } a, b \geq 0$$

$$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

↑

pierwiastek
z iloczynu

↑

iloczyn
pierwiastków

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{dla } a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

↑

pierwiastek
z ilorazu

↑

iloraz
pierwiastków

$$\sqrt{100 \cdot 16} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{16} = 10 \cdot 4 = 40$$

$$\sqrt[3]{8 \cdot 125} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125} = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{24:3} = \sqrt[3]{8} = 2$$

Pamiętaj!Pierwiastki można przedstawiać w innej postaci, a mianowicie **wyłączając czynnik przed znak pierwiastka.**

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Można też **włączać czynnik pod znak pierwiastka**.

$$3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$$

Przykłady

Oblicz:

$$4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$\sqrt{32} + \sqrt{2} = \sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{48} = \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 3} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}(4\sqrt{12} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot 4\sqrt{12} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{36} - \sqrt{9} = 4 \cdot 6 - 3 = 24 - 3 = 21$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3\sqrt{30}) &= \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{10} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} - \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{30} = 2\sqrt{20} + \sqrt{12} - 3\sqrt{60} = 2\sqrt{4 \cdot 5} \\ &+ \sqrt{4 \cdot 3} - 3\sqrt{4 \cdot 15} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{15} = 4\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 6\sqrt{15} \end{aligned}$$

Zapamiętaj!

Pierwiastek z sumy nie jest równy sumie pierwiastków.

Na przykład:

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

$$\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

Usuwanie niewymierności z mianownika

Usuwanie niewymierności z mianownika - to usuwanie pierwiastków z mianownika ułamka.

Usuwanie niewymierności z mianownika najczęściej wykonujemy mnożąc licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę.

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=4N1AtSREeGg>

Praca domowa

Zadania 1,3,4,5,7, 8a str. 162

Sprawdź siebie ☺ (zadania możemy rozwiązywać na stronie interaktywnej) ☺

<https://epodreczniki.pl/a/pierwiastki-kwadratowe-i-szescienne/D1HfHwG1K>